

# Licence Mathématiques

## Annexe descriptive de la formation Description des enseignements par UE

---

### Semestre 1 :

#### UE11 - Formation générale 1 (13 ECTS)

##### **Analyse (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)**

Calculs dans  $\mathbf{R}$  (valeur absolue, inégalités,...). Notions de base sur les fonctions : limites, continuité et dérivabilité. Dérivabilité et sens de variation, bijection réciproque des fonctions continues, stricte monotonie. Fonctions usuelles (log, exp, puissances, circulaires et réciproques, hyperboliques, exponentielle complexe). Calculs de primitives, intégration par parties. Formule de Taylor-Young, notion de développement limité et application au calcul de limite.

##### **Mécanique du point (4 ECTS, 15h CM, 15h TD, 6h TP)**

Cinématique : vecteurs position, vitesse et accélération, les lois de Newton : notion de force et moment de force. Equilibre et dynamique du point matériel, travail d'une force. Théorème de l'énergie cinétique et théorème du moment cinétique. Energie potentielle. Forces conservatives. Equilibre stable et instable. Energie mécanique. Lois de conservation.

##### **Introduction à la logique (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)**

Nombres et système binaire :

Représentation, Conversion entre base, arithmétique binaire, codes, détection et correction d'erreur)

Logique combinatoire :

tables de vérité, équations booléennes et fonctions logiques, relation entre équations booléennes et tables de vérité, diagramme logique, algèbre booléennes, implémentation matérielle, K map et application

##### **PPP (1 ECTS, 1h CM, 8h TD)**

#### UE12 - Fondamentaux Analyse et Algorithme (17 ECTS)

##### **Ensembles et Applications (4 ECTS, 18h CM, 24h TD)**

Raisonnements par implication directe, par contraposition, par l'absurde et par récurrence. Relations d'équivalence et relation d'ordre. Ensembles, applications (domaine et codomaine). Arithmétique dans  $\mathbf{Z}$ , anneau  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . Arithmétique et informatique.

##### **Compléments d'Analyse (4.5 ECTS, 21h CM, 24h TD)**

Le corps des réels (borne supérieure, inférieure). Suites numériques : convergence, monotonie, suites de Cauchy, suites extraites, théorème de Bolzano-Weierstrass. Compléments sur la continuité : théorème de la valeur intermédiaire, cas d'un intervalle compact ; théorème de Heine ; cas des fonctions monotones. Compléments sur la dérivabilité : théorème des accroissements finis, sens de variation des fonctions dérivables, cas des fonctions monotones. Fonctions convexes. Formules de Taylor.

##### **Algorithmique 1 (4.5 ECTS, 21h CM, 21h TD)**

Suite d'instructions : déclarer, affecter, répéter, choisir.

##### **Introduction aux systèmes d'exploitation (4 ECTS, 12h CM, 24h TD)**

Découverte de l'environnement Unix, Utilisation, shell, gestion des fichiers : arborescence, répertoire, fichier, lien, variables d'environnement, gestion des processus, signaux, éditeur de texte

## Semestre 2 :

### UE21 - Formation générale 2 (9 ECTS)

#### Algèbre linéaire (3 ECTS, 15h CM, 15h TD)

Systèmes d'équations linéaires : résolution par opérations élémentaires sur les lignes, matrice réduite d'un système. Matrices : opérations, matrices élémentaires obtenues par opérations sur les lignes, matrices inversibles, lien avec les systèmes linéaires. Déterminants.

#### Phénomènes physiques relativistes (3 ECTS, 12h CM, 12h TD, 6h TP)

Vitesse de propagation des interactions. Expériences de Michelson et Morley. Transformations de Lorentz. Transformation de la vitesse. Quadrivecteurs. Aberration de la lumière. Mécanique relativiste. Energie et impulsion. Lois de conservation. Mouvement de particules chargées. Synchrotron. Désintégration des particules. Collisions des particules. Applications en physique atomique.

#### Composant du processeur (3 ECTS, 12h CM, 12h TD, 6h TP)

Circuits logiques : Portes CMOS, Multiplexeurs, Codeur, Décodeur, Démultiplexeur, Additionneur, soustracteur, comparateur, multiplieur, diviseur, Décaleur, ROM.

Systèmes Séquentiels : latch, flipflop, registres, compteurs, introduction aux machines à états finis (Moore, Mealy)

### UE22 - Transverses S2 (4 ECTS)

#### Langues (2 ECTS, 12h TD, 12h Laboratoire de langues)

#### Techniques d'expression (2 ECTS, 18h TD)

### UE23 - Fondamentaux Algèbre et Programmation (17 ECTS)

#### Calcul intégral et Séries numériques (4.5 ECTS, 21h CM, 21h TD)

Intégrale de Riemann des fonctions réglées sur un intervalle compact, méthodes de calcul de primitives (changements de variables, intégration par parties). Equation différentielle linéaire du premier ordre. Equation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. Intégrales indéfinies. Séries numériques, lien avec l'intégration sur un intervalle non borné.

#### Compléments d'Algèbre linéaire (4 ECTS, 15h CM, 21h TD)

Espaces vectoriels : sous-espaces, systèmes générateurs et libres, bases et dimension. Sous-espace engendré. Théorème de la base incomplète. Espaces sommes, supplémentaires, projecteurs. Applications linéaires : noyau, image, matrice associée. Théorème du rang, formules de changement de base.

#### Algorithmique 2 (4.5 ECTS, 21h CM, 21h TD)

Stocker, rechercher, trier : preuves et complexité associées.

#### Programmation C (4 ECTS, h 21CM, h TD)

Structure d'un programme C simple et utilisation simple d'un compilateur, type de données (entiers, flottants, ...), structures de contrôle (conditions, boucles, ...), définition et déclaration de fonctions, tableaux, introduction aux pointeurs.

## Semestre 3 :

### UE31 - Mathématiques (13.5 ECTS)

#### Algèbre linéaire 2 (3 ECTS, 15h CM, 15h TD)

Réduction des endomorphismes: valeurs propres et vecteurs propres, polynôme caractéristique. Endomorphismes diagonalisables et trigonalisables. Polynômes annulateurs et théorème de Hamilton-Cayley. Dualité : formes linéaires et hyperplans vectoriels, dual d'un espace vectoriel de dimension finie, bases duales.

#### Structures algébriques (4 ECTS, 24h CM, 24h TD)

Groupes, morphismes. Anneaux : morphismes, anneau produit, groupe des inversibles, idéal d'un anneau commutatif, divisibilité dans les anneaux intègres. Anneau des polynômes à coefficients dans un corps  $\mathbf{K}$ . Corps des fractions d'un anneau.

#### Fonctions de plusieurs variables (6.5 ECTS, 27h CM, 27h TD)

Topologie de  $\mathbf{R}^n$  : normes, boules, ouverts, fermés, convergence des suites, continuité, compacité. Dérivées partielles et fonctions de classe  $C^1$ , théorème des accroissements finis, dérivées partielles secondes, extrema. Fonctions

vectérielles : matrice jacobienne, théorèmes de l'application inverse et des fonctions implicites. Intégrales multiples : intégrales doubles, intégrations successives, changement de variable, généralisation aux intégrales dans  $\mathbf{R}^n$ .

### **UE32 - Transverses S3 (3 ECTS)**

**Langues (2 ECTS, 12h TD, 12h Laboratoire de langues)**

**Valorisation des compétences (1 ECTS, 10h TD)**

### **UE33 - Informatique (13.5 ECTS)**

**Structures et Algorithmes (6.5 ECTS, 30h CM, 30h TD)**

Structures et algorithmes : listes, file et pile, arbres.

Modèles algorithmiques : top/down, diviser pour régner, recherche exhaustive, algorithmes gloutons, programmation dynamique, randomisations.

**Programmation en C avancées (4 ECTS, 12h CM, 24h TDO)**

Structures de données, unions et champs de bits, arithmétique des pointeurs, structures de données avancées (pile, file, liste chaînée, arbre, ...), programmation modulaire et compilation séparée, utilisation de directives du pré-processeur, gestion des entrées/sortie, utilisation d'outils de débogage (gdb et valgrind)

**Robots Mobiles (3 ECTS, 12h CM, 21h TDO)**

Environnement de développement en robotique (Lego, PoB) et réalisation d'un projet.

## **Semestre 4 :**

### **UE41 - Informatique et Mathématiques appliquées (12 ECTS)**

**Probabilités (3 ECTS, 12h CM, 15h TD)**

Événements, probabilités, indépendance, probabilités conditionnelles. Variables aléatoires réelles discrètes et absolument continues : lois et moments. Loi des grands nombres, théorème central limite.

**Equations différentielles (3 ECTS, 12h CM, 15h TD)**

Résolution de certains types d'équations différentielles (à variables séparables, homogènes, linéaires, Bernoulli, Lagrange, Clairaut). Problème de Cauchy : théorème d'existence et d'unicité, solutions maximales, dépendance par rapport à la condition initiale. Systèmes différentiels linéaires, matrice fondamentale, méthode de variation des constantes, équations linéaires d'ordre  $n$  à coefficients constants.

**Théorie des langages et compilation (6 ECTS, 18h CM, 18h TD, 18h TDO)**

Automates, grammaire, classes de langages. Langage, grammaire, analyse lexicale, syntaxique, Lex et yacc

### **UE42 - Transverses S4 (3 ECTS)**

**C2I niveau 1 (1 ECTS, 12h CM, 15h TD)**

**Langues (2 ECTS, 12h TD, 12h Laboratoire de langues)**

### **UE43 - Analyse, Algèbre, Géométrie (15 ECTS)**

**Compléments d'intégration (3 ECTS, 18h CM, 18h TD)**

Opérateurs différentiels. Intégrales curvilignes et de surface : courbes paramétrées, intégrale curviligne, surfaces de classe  $C^1$ , intégrale de surface. Formules de Green, Stokes, Gauss-Ostrogradski

**Suites et séries de fonctions (6 ECTS, 24h CM, 24h TD)**

Convergence simple, uniforme, normale. Limite et somme, somme et dérivation, somme et intégrale. Séries entières. Séries de Fourier.

**Algèbre et géométrie (6 ECTS, 27h CM, 27h TD)**

Espaces préhilbertiens. Espaces euclidiens : endomorphismes adjoints, symétriques, orthogonaux. Réduction des endomorphismes symétriques et des formes bilinéaires symétriques. Isométrie vectorielle en dimension finie. Formes multi-linéaires alternées, déterminant.

## Semestre 5 :

### UE51 - Calcul et Complexité (10 ECTS)

#### Complexité (5 ECTS, 21h CM, 21h TDO)

Complexité : modèles, preuves, classes de complexité, exemples fondamentaux.

#### Analyse et calcul numérique (5 ECTS, 21h CM, 9h TD, 21h TDO)

Systèmes linéaires : conditionnement et pré-conditionnement d'un système linéaire, résolution par méthodes directes et itératives. Interpolation et intégration numérique. Résolution numérique des équations différentielles : méthodes à un pas et méthodes multi-passes. Minimisation et recherche de zéros d'une fonction d'une variable ; extension aux fonctions de plusieurs variables. Les méthodes numériques abordées feront l'objet d'une analyse mathématique et seront mises en œuvre sous Matlab.

### UE52 - Transverses S5 (2 ECTS)

#### Préparation au CLES (1 ECTS, 18h TD)

#### Stratégie de recherche de stage ou d'emploi (1 ECTS, 10h TD)

### UE53 - Algèbre, Calcul Différentiel (10 ECTS)

#### Calcul différentiel (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)

Applications différentiables entre espaces vectoriels normés : différentielle de Gâteaux, de Fréchet, dérivée directionnelle, règles de calcul. Extensions du théorème des accroissements finis et applications. Intégrale des fonctions réglées à valeurs dans un espace de Banach.

Applications de classe  $C^1$ , différentiation partielle. Théorème d'inversion locale, théorème de la fonction implicite. Différentielles d'ordre supérieur, formules de Taylor.

#### Algèbre (6 ECTS, 30h CM, 30h TD)

Rappels et compléments sur les ensembles, les applications, les relations. Groupe, sous-groupe (régulier), (iso)morphisme, groupe abélien, cyclique. Produit fini et somme directe de groupes, groupe quotient. Théorème de Lagrange. Groupes abéliens : "Théorème Chinois", structure des groupes abéliens finis, de type fini (sans démonstration). Anneaux et corps : généralités, idéal (principal), quotient par un idéal,  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  et les anneaux de polynômes. Factorisation dans un anneau principal : anneau intègre et anneau principal, idéal premier et idéal maximal, anneaux euclidiens, ppcm, pgcd, Bezout, Gauss, Euclide, décomposition en facteurs premiers, retour aux anneaux de polynômes. Corps des fractions.

### UE54 - Topologie (8 ECTS)

#### Topologie (8 ECTS, 42h CM, 42h TD)

Espaces métriques : distance, boules, ouverts, fermés. Topologie induite. Continuité, continuité uniforme. Complétude, complété, théorème de Banach-Picard, théorème de Baire. Compacité. Connexité, connexité par arcs. Topologie produit, théorème de Tychonoff dénombrable. Espaces vectoriels normés : norme, traduction du vocabulaire de métrique en normé. Convergence simple, convergence uniforme. Applications linéaires continues. Espaces de Banach. Dimension finie vs. dimension infinie, norme sur un produit fini. Théorème de l'application ouverte. Espaces préhilbertiens réels : produit scalaire, norme associée. Projection sur un convexe complet. Orthogonalité. Formes linéaires continues et hyperplans fermés. Espaces de Hilbert. Théorème de Riesz-Fréchet. Bases hilbertiennes et espaces séparables.

## Semestre 6 :

### UE61 - Modélisation et calcul scientifique (8 ECTS)

#### Algorithmes et calcul scientifique (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)

Arithmétique flottante : représentations et IEEE-754. Algorithmes numériques : précision des calculs et des solutions. Calcul scientifique : les produits de matrices, parallélisme et optimisations. Outils : bibliothèques de calcul, bibliothèques graphiques.

### **Modélisation mathématique en mécanique (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)**

- Systèmes de points matériels : centre de masse, moments d'inertie, théorème de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie cinétique.
- Mécanique du solide rigide : champ des vitesses, angles d'Euler, vitesse de glissement, centre de masse, moments d'inertie, principe fondamental, équation d'Euler.
- Mécanique des milieux continus : description lagrangienne et eulérienne, déformations, conservation de la masse, tenseurs des contraintes, principe fondamental, équation de bilan, lois de comportement élastique et viscoélastique.

### **UE62 - Transverses S6 (3 ECTS)**

#### **Stage (3 ECTS, 30h TP, 1 à 3 semaines)**

Soutenance relative à un stage réalisé dans le cursus de licence ou travail personnel.

### **UE63 - Géométrie (10 ECTS)**

#### **Applications du Calcul Différentiel (4 ECTS, 18h CM, 18h TD)**

Eléments d'optimisation différentiable : optimisation sans contraintes, avec contraintes. Multiplicateurs de Lagrange. Equations différentielles, théorème de Cauchy-Lipschitz-Picard.

#### **Géométrie (6 ECTS, 24h CM, 24h TD)**

- Rappels et compléments d'algèbre linéaire : espaces et sous-espaces vectoriels, applications linéaires, formes linéaires, dual, produit d'espaces vectoriels, projections, formes bilinéaires symétriques, déterminants (d'ordre deux et trois).
- Géométrie affine : espaces et sous-espaces affines, repères affines, équations paramétriques, transformations affines, coordonnées barycentriques et homogènes, parallélisme. Théorème fondamental de la géométrie affine. Quelques sous-groupes du groupe affine. Convexité.
- Géométrie affine en dimension deux : projecteurs et involutions, groupe des homothéties-translations, transformations affines laissant une droite invariante, théorèmes de Thales, Menelaus, Ceva, Pappus, Desargue.
- Rappels et compléments d'algèbre linéaire : formes bilinéaires et produit scalaire, espaces vectoriels euclidiens, orthogonalité, isométries, le groupe  $O(n; \mathbb{R})$ .
- Plan vectoriel euclidien :  $O(2; \mathbb{R})$  et  $O^+(2; \mathbb{R})$ , plan vectoriel euclidien orienté, angles et mesures des angles. Quelques sous-groupes du groupe des isométries du plan.
- Plan affine euclidien : classification des isométries, distance et aire, géométrie du cercle et du triangle.

### **UE64 - Intégration et probabilités (9 ECTS)**

#### **Intégration et probabilités (9 ECTS, 42h CM, 42h TD)**

- Espaces mesurés, intégration de fonctions mesurables par rapport à une mesure positive. Intégrale de Lebesgue et de Riemann. Espaces  $L^p$ .
- Événements indépendants. Variables et vecteurs aléatoires discrets et absolument continus, lois de probabilités. Moments, matrices de covariance. Fonctions de répartition.
- Espace mesuré produit, Théorème de Fubini-Tonelli. Variables indépendantes.
- Théorème de changement de variables (sans démonstration).
- Suites et séries de variables aléatoires ; théorème de Borel-Cantelli, les différents modes de convergence. Loi des grands nombres.
- Fonctions caractéristiques. Convolution, approximation par des fonctions régulières. Convergence en loi d'une suite de variables aléatoires. Théorème central-limite.